

COSTITUZIONE E AMMORTAMENTO DI UN CAPITALE

In questa lezione esamineremo alcuni elementi di matematica finanziaria che ricorrono frequentemente nello studio della finanza. Analizzeremo i concetti di interesse e montante, di sconto e valore attuale, di capitalizzazione e attualizzazione di un capitale, di costituzione e ammortamento di un capitale, di prestito diviso in obbligazioni.

Interesse e montante

Esistono tre regimi di interesse: interesse semplice, interesse composto, interesse continuo. Noi esamineremo i primi due regimi. Nel regime dell'**interesse semplice**, l'interesse è proporzionale al capitale e al tempo in base alla formula:

$$I = Cit \quad (1)$$

La somma di capitale e interesse prende il nome di **montante** ed è data dalla formula:

$$M = C + I \quad (2)$$

che sostituendo ad I la sua formula diventa:

$$M = C(1+it)$$

L'interesse semplice trova applicazione nelle operazioni finanziarie a breve scadenza (in genere un anno). Tale regime può trovare applicazione anche nelle operazioni di lunga durata ma in tal caso l'interesse deve essere pagato periodicamente (annualmente o semestralmente).

Nelle operazioni a medio e lungo termine, il calcolo dell'interesse avviene sulla base del regime dell'interesse composto. Il regime dell'**interesse composto** prevede la capitalizzazione periodica (montante) degli interessi semplici in base alla formula:

$$M = C(1+i)^n$$

Sconto e valore attuale

Esistono tre regimi di sconto: lo sconto commerciale, lo sconto razionale e lo sconto composto.

Lo **sconto commerciale** è proporzionale al capitale e al tempo in base alla formula:

$$S = Cit$$

La differenza tra capitale e sconto costituisce la somma scontata o **valore attuale** ed è data dalla formula:

$$V = C (1-it)$$

Lo sconto commerciale è, in pratica, un interesse semplice negativo calcolato sul capitale. Al contrario, quando l'interesse semplice negativo è calcolato sul valore attuale siamo in regime di **sconto razionale** secondo la formula:

$$S = Cit/(1+it)$$

mentre la formula del valore attuale è

$$V = C/(1+i)$$

Lo **sconto composto**, usato nelle operazioni a lunga scadenza, viene calcolato come interesse composto (negativo) al tasso i sulla somma scontata V secondo la formula:

$$V = C / (1+i)^t$$

Costituzione e ammortamento di un capitale

La possibilità di disporre a una scadenza futura di una somma S impiegando un determinato importo dà luogo al problema della costituzione di un capitale, che può avvenire con un unico versamento iniziale o con versamenti a rate costanti (posticipate e anticipate). Le somme risparmiate sono impiegate ad interesse composto al tasso i . La costituzione di un capitale con versamenti a rate costanti (posticipate e anticipate) avviene sulla base di un piano di costituzione dal quale risulta il graduale formarsi della somma S . Per determinare l'importo del versamento iniziale e delle rate si ricorre alle tavole contenute in un prontuario per i calcoli finanziari ed attuariali (Cfr. Brasca L., Prontuario per i calcoli finanziari ed attuariali, Bergamo, 1966).

Esempio di piano di costituzione

Tabella 1

PIANO DI COSTITUZIONE DI UN CAPITALE DI € 100.000,00 IN 5 ANNI AL 4 PER CENTO

Anni	Rata annua	Fondo all'inizio dell'anno	Interessi sul fondo	Fondo alla fine dell'anno
1	17753	17753	710	18463
2	17753	36215	1449	37664
3	17753	55417	2217	57633
4	17753	75386	3015	78401
5	17753	96154	3846	100000

Maggiore importanza ha nella pratica il problema del rimborso di un prestito. Infatti, quando viene stipulato un prestito, le due parti (mutuante e mutuatario) stabiliscono:

1) *Il modo di determinare l'interesse*, cioè il tasso;

2) *Le modalità del rimborso*.

Il rimborso può avvenire:

a) In una unica soluzione a una data scadenza con il versamento del montante (**rimborso globale**);

b) Con il pagamento periodico degli interessi e, alla scadenza convenuta, dell'intero capitale (**rimborso globale con pagamento periodico degli interessi**);

c) Con il pagamento periodico degli interessi e di una parte del capitale (**rimborso graduale**).

Un caso particolare di rimborso globale con pagamento periodico degli interessi si ha quando il debitore provvede per proprio conto alla costituzione rateale del capitale stesso, costituzione che è indipendente dal prestito (**ammortamento americano**)

Il rimborso graduale può dar luogo all'**ammortamento a quote capitali costanti o ammortamento uniforme** e all'**ammortamento progressivo o francese**. In entrambi i casi, occorre costruire il piano di ammortamento. Nel primo caso, vengono fissate quote capitali costanti, ne consegue che la quota interessi e la rata saranno decrescenti. Nell'ammortamento uniforme è sufficiente calcolare la quota capitale costante. Nell'ammortamento uniforme, la somma delle quote capitale deve essere uguale al debito per cui ogni quota sarà pari a $1/n$ del debito.

Esempio di piano di ammortamento a quote capitali costanti o ammortamento uniforme

Tabella 3

PIANO DI AMMORTAMENTO UNIFORME DI UN DEBITO DI € 2.000.000,00 AL 6 PER CENTO IN 8 ANNI

Anni	Debito residuo iniziale	Quota interessi	Quota capitale	Rata	Debito estinto
1	2000000	120000	250000	370000	250000
2	1750000	105000	250000	355000	500000
3	1500000	90000	250000	340000	750000
4	1250000	75000	250000	325000	1000000
5	1000000	60000	250000	310000	1250000
6	750000	45000	250000	295000	1500000
7	500000	30000	250000	280000	1750000
8	250000	15000	250000	265000	2000000

Nell'ammortamento progressivo o francese, il più adottato nella pratica, è costante la rata comprensiva di capitale e interesse. Per costruire il piano di ammortamento è sufficiente calcolare l'importo della rata costante, che è ciò che interessa, mentre la distinzione tra quota capitale e quota interesse ha un valore più che altro teorico.

Tabella 4

Esempio di piano di ammortamento progressivo o francese

PIANO DI AMMORTAMENTO PROGRESSIVO DI UN DEBITO DI € 2.000.000,00 AL 6 PER CENTO IN 8 ANNI

Anni	Debito residuo	Quota interessi	Rata	Quota capitale	Debito estinto
1	2000000	120000	322072	202072	202072
2	1797928	107876	322072	214196	416268
3	1583732	95024	322072	227048	643316
4	1356684	81401	322072	240671	883987
5	1116013	66961	322072	255111	1139099
6	860901	51654	322072	270418	1409517
7	590483	35429	322072	286643	1696160
8	303840	18230	322072	303842	2000001

Il **debito residuo** è la quota del finanziamento che deve essere ancora restituito dal debitore al creditore. Esso comprende solo il capitale ancora da rimborsare e perciò viene spesso definito anche capitale residuo.

Il **debito estinto** è la quota del finanziamento già restituita dal debitore al creditore. Esso comprende solo il capitale già rimborsato e perciò viene spesso definito anche capitale estinto.

La **quota interessi** comprende gli interessi totali già maturati sul capitale preso a prestito.

La **quota capitale** rappresenta il capitale preso a prestito che viene restituito al creditore.

La **rata** è la somma della quota interessi e della quota capitale.

Sia nel caso dell'ammortamento uniforme sia nel caso dell'ammortamento progressivo, l'ammortamento può essere:

- 1) **Differito**, quando il rimborso del prestito avrà inizio solo dopo un certo numero di anni (periodi). Di solito, durante il differimento, vengono pagati periodicamente gli interessi per cui l'importo del debito rimane invariato. Qualora non venissero pagati neppure gli interessi, il debito aumenterebbe dell'importo degli interessi per il periodo di differimento.
- 2) **Frazionato**, quando l'ammortamento può essere a rate semestrali o trimestrali anziché annuali. In tal caso, si indica un tasso annuo convertibile e si determina il tasso semestrale o trimestrale dividendo il tasso annuo convertibile per 2 o per 4.
- 3) **Modificato**, quando debitore e creditore concordano modifiche all'ammortamento, apportando variazioni al tasso e alla durata oppure prevedendo la sospensione dei pagamenti. In ogni caso, per determinare l'importo della nuova rata occorre calcolare il debito residuo.

Valutazione di un prestito

Nell'ambito della finanza riveste particolare rilievo la valutazione di un prestito e, più in generale, di un capitale. La valutazione di un prestito ricorre nel caso di:

- a) Cessione del prestito (o del capitale)
- b) Estinzione anticipata del prestito
- c) Redazione del bilancio del creditore o del debitore.

Nei casi di cui alle lettere a) e b), la valutazione è fatta d'accordo fra le parti, nell'ipotesi di cui alla lettera c) la valutazione fatta dal creditore o dal debitore è stimata.

La valutazione ha sempre carattere prospettivo e va ad incidere sulle somme che devono essere rimosse o pagate in futuro per cui comporta che se ne calcoli il valore attuale. La valutazione comporta la scelta di un tasso (**tasso di valutazione**) fissato d'accordo fra le parti (nei casi a) e b)) oppure scelto da chi fa la valutazione (caso c), anche diverso dal tasso al quale era stato stipulato originariamente il prestito.

Il tasso di valutazione consente di determinare il valore del prestito o del capitale che altro non è se non il valore attuale di tutte le somme che per esso devono essere ancora pagate o rimosse. A volte, il valore del prestito viene scisso in due parti, distinguendo le somme da riscuotere in conto interessi (**usufrutto**) da quelle da riscuotere in conto capitale (**nuda proprietà**).

In quanto la valutazione comporta il calcolo di un valore attuale, ne deriva che tanto maggiore è il tasso, tanto minore risulta il valore del prestito (o della nuda proprietà o dell'usufrutto). In caso di cessione del prestito dal creditore ad un terzo, quest'ultimo ha interesse ad offrire un alto tasso di valutazione per avere un prezzo minore, mentre il creditore ha interesse a chiedere un basso tasso di interesse per avere un prezzo maggiore.

Il valore del prestito si indica con **V**, la nuda proprietà con **A** e l'usufrutto con **U** per cui avremo:

$$V = A + U$$

Prestiti divisi in obbligazioni

I prestiti divisi in obbligazioni (o prestiti obbligazionari), emessi da società di capitali o da enti pubblici, conferiscono ai sottoscrittori la qualifica di creditore della società o dell'ente emittente per un importo pari al valore nominale del titolo.

Per ogni obbligazione occorre distinguere:

- 1) Il **valore nominale**, che indica l'importo sul quale vengono calcolati gli interessi al momento dello stacco della cedola.
- 2) Il **prezzo di emissione**, che viene pagato dal sottoscrittore all'emittente. Può essere **alla pari** quando è uguale al valore nominale oppure **sotto la pari** quando è inferiore al valore nominale oppure **sopra la pari** quando è superiore al valore nominale. Quest'ultimo caso non trova mai applicazione nella pratica degli affari.
- 3) Il **prezzo di rimborso**, che viene pagato alla scadenza dall'emittente al sottoscrittore. Può essere **alla pari** quando è uguale al valore nominale oppure **sopra la pari** quando è superiore al valore nominale oppure **sotto la pari** quando è inferiore al valore nominale. Quest'ultimo caso non trova mai applicazione nella pratica degli affari.

Il mercato determina il **corso** o **valore corrente**, indicato sempre al corso secco cioè non comprensivo degli interessi già maturati, al quale l'obbligazione viene scambiata. A differenza dei valori precedenti, varia di continuo in base alla domanda e all'offerta delle obbligazioni del prestito.

Al momento dell'emissione, il soggetto emittente fissa le condizioni del prestito e, in particolare:

- Il **tasso** per il calcolo degli interessi (sul valore nominale);
- Il **valore nominale**, il **prezzo di emissione** e il **prezzo di rimborso**;
- Le **modalità di pagamento degli interessi e di rimborso del capitale**. Il pagamento degli interessi è sempre periodico (di solito semestrale), mentre il rimborso è quasi sempre graduale (piano di ammortamento). In caso di rimborso globale deve essere fissata la data del rimborso.

Indicando con **C** il valore nominale di un'obbligazione, con **N** il numero di obbligazioni emesse, l'importo **S** del prestito è:

$$S = N \cdot C$$

da cui:

$$N = S / C$$

Il rimborso e la valutazione dei prestiti obbligazionari possono avvenire con uno qualsiasi dei metodi esposti in precedenza, anche se al sottoscrittore dell'obbligazione interessa la determinazione del valore, nuda proprietà e usufrutto di un'obbligazione. Nel caso di rimborso graduale non sono noti i diritti dell'obbligazionista perché non si sa quando avverrà il rimborso per cui si fa riferimento a valori medi.

Esempio di piano di rimborso graduale di ammortamento uniforme di un prestito diviso

Un prestito obbligazionario, diviso in 100.000 obbligazioni del valore nominale di € 500,00 ciascuna, al tasso del 5 per cento, è rimborsabile in 5 anni nella seguente misura: 16.000 obbligazioni al primo anno, 18.000 al secondo, 20.000 al terzo, 22.000 al quarto e 24.000 al quinto, secondo il seguente piano di ammortamento.

Tabella 5

PIANO DI RIMBORSO GRADUALE DI UN PRESTITO DI 100.000 OBBLIGAZIONI DA € 500,00 AL 5 PER CENTO IN 5 ANNI

Anni	Numero obbligazioni		Quota capitale	Quota interessi	Rata
	Viventi	Estrate			
1	100.000	16.000	8.000.000	2.500.000	10.500.000
2	84.000	18.000	9.000.000	2.100.000	11.100.000
3	66.000	20.000	10.000.000	1.650.000	11.650.000
4	46.000	22.000	11.000.000	1.150.000	12.150.000
5	24.000	24.000	12.000.000	600.000	12.600.000

Tabella 6

PIANO DI AMMORTAMENTO UNIFORME DI UN PRESTITO DIVISO DI € 1.600.000 AL 5,25 PER CENTO PER 5 ANNI

	A	B	C	D	E	F	G
	Anni	Valore prestito obbligazionario	Quota capitale rimborsato	Interessi su cedola	Rateo interessi al 31/12	Interessi di competenza	
12							
13	0	-	1.600.000,00			21.000,00	21.000,00
14	1	1	1.600.000,00	320.000,00	84.000,00	16.800,00	79.800,00
15	2	2	1.280.000,00	320.000,00	67.200,00	12.600,00	63.000,00
16	3	3	960.000,00	320.000,00	50.400,00	8.400,00	46.200,00
17	4	4	640.000,00	320.000,00	33.600,00	4.200,00	29.400,00
18	5	5	320.000,00	320.000,00	16.800,00	-	12.600,00
19	6		-	-	-	-	-
33	20		-	-	-	-	-
34		Totale					252.000,00